

## Concours entrée Magistère première année – 2010

**Le sujet comprend 6 questions numérotées de 1 à 6  
et deux pages numérotées de 1 à 2**

**Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.**

### Question 1 (3 points) -

- On choisit cinq cartes au hasard dans un jeu de trente-deux. Quel est le nombre de tirages possibles ?
- On lance cinq fois un dé, on appelle résultat le 5-uplet  $(R_1, R_2, R_3, R_4, R_5)$  où  $R_i$  représente le numéro obtenu au  $i^{\text{ème}}$  lancer. Quel est le nombre de résultats possibles ?
- Un enseignant interroge chaque jour 3 étudiants différents : un sur le cours, un sur le travail dirigé et un sur les démonstrations mathématiques. Le cours contient 32 étudiants. Quel est le nombre de choix du professeur pour interroger ces trois étudiants ?

### Question 2 (3 points)

- Supposez qu'une école dispose de 20 classes : 16 contenant 25 étudiants chacune, 3 contenant 100 étudiants chacune et une contenant 300 étudiants pour un total de 1000 étudiants.
- Quelle est la taille moyenne d'une classe ?
- Choisissez au hasard un étudiant parmi les 1000. Soit  $X$  la variable aléatoire : taille de la classe à laquelle l'étudiant appartient. Ecrivez la loi de probabilité de  $X$ .
- Calculez la moyenne de  $X$ .

### Question 3 – (4 points)

Le tableau suivant classe 1456 personnes selon leur genre et leur attitude vis à vis d'une loi anti-arme :

	Hommes (S1)	Femmes (S2)	Totaux
Favorables à la loi (A1)	392	649	1041
Défavorables à la loi (A2)	241	174	415
Totaux	633	823	1456

Calculez les probabilités suivantes si une des personnes est choisie au hasard :

- (a)  $P(A1)$
- (b)  $P(A1/S1)$
- (c)  $P(A1/S2)$
- (d) Comment interprétez-vous les réponses aux questions (b) et (c) ?

**Question 4 (3 points)**

Pour la matrice :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- Ecrire l'équation caractéristique et trouvez les racines caractéristiques.
- Trouvez les vecteurs propres correspondant à l'équation caractéristique.
- Diagonalisez A.

**Question 5 (3 points)**

Trouvez les intégrales suivantes :

$$\int 10xe^{2x} dx$$

$$\int x^2 e^x dx \quad (\text{remarque : pour la seconde, vous devez utiliser l'intégration par partie deux fois})$$

**Question 6 – (4 points)**

(a) Trouvez les fonctions de productivité marginale de l'équation CES suivante :

$$y = 12[0,4x_1^{-1/2} + 0,6x_2^{-1/2}]^{-2}$$

(b) Exprimez les fonctions suivantes comme composées de fonctions plus simples et calculez la dérivée dans chaque cas :

$$y = (1 + x + x^2)^{1/2}$$

$$y = 1/(x^{100} + 28)$$