

Ce sujet comporte deux feuilles numérotées 1 et 2

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNEE DU MAGISTERE
DE DEVELOPPEMENT ECONOMIQUE

Epreuve de Mathématiques

Durée : 2 heures – Calculatrice non autorisée –

(en France de 14 h à 16 h)

Question 1 (3 points)

- On choisit cinq cartes au hasard dans un jeu de trente-deux. Quel est le nombre de tirages possibles ?
- On lance cinq fois un dé, on appelle résultat le 5-uplet $(R_1, R_2, R_3, R_4, R_5)$ où R_i représente le numéro obtenu au $i^{\text{ème}}$ lancer. Quel est le nombre de résultats possibles ?
- Un enseignant interroge chaque jour 3 étudiants différents : un sur le cours, un sur le travail dirigé et un sur les démonstrations mathématiques. Le cours contient 32 étudiants. Quel est le nombre de choix du professeur pour interroger ces trois étudiants ?

Question 2 (4 points)

Indiquez si les fonctions suivantes disposent de maximum locaux, de minimum locaux ou de points d'inflexion.

(a) $y = x^3 - 3x^2 + 1$

(b) $y = 3x^3 - 3x - 2$

(c) $y = \left(\frac{2x}{x^2 + 1} \right)$

Question 3 (4 points)

Pour la matrice :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- Ecrire l'équation caractéristique et trouvez les racines caractéristiques.
- Trouvez les vecteurs propres correspondant à l'équation caractéristique.
- Diagonalisez A.

Question 4 (4 points)

Trouvez les intégrales suivantes :

$$\int 10xe^{2x} dx$$

$$\int x^2 e^x dx$$

(remarque : pour la seconde, vous devez utiliser l'intégration par partie deux fois)

Exercice 5 (5 points) –

(a) Calculez le taux de croissance relatif \dot{x}/x des fonctions suivantes :

a1 $x = 5t + 10$

a2 $x = \ln(t + 1)$

a3 $x = 5e^t$

a4 $x = e^{t^2}$

a5 $x = e^t + e^{-t}$